

**19-я Международная конференция  
«Авиация и космонавтика»**

**19<sup>th</sup> International Conference  
“Aviation and Cosmonautics”  
(AviaSpace-2020)**

**Тезисы  
Abstracts**

Москва, МАИ  
23-27 ноября 2020 г.

Moscow, MAI  
23-27 November, 2020

УДК 629.7  
ББК 94.3 39.52 39.62я43  
Д25

19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика».  
23-27 ноября 2020 года. Москва. Тезисы. – М.: Издательство «Перо»,  
2020. – 980 с.

19<sup>th</sup> International Conference “Aviation and Cosmonautics” (AviaSpace-  
2020).

23-27 November, 2020. Moscow. Abstracts. – Publishing house “Pero”, 2020.  
– 980 p.

ISBN 978-5-00171-704-1

В сборник включены доклады, представленные в Организационный  
комитет конференции в электронном виде.

Конференция проводится при поддержке Российского фонда  
фундаментальных исследований (грант 20-08-22077).

Abstracts, which were sent to Organizing Committee in electronic form, are  
included in the digest.

The Conference is supported by the Russian Foundation for Basic Research  
(grant 20-08-22077).

ISBN 978-5-00171-704-1

© Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет), 2020

© Moscow Aviation Institute  
(National Research University), 2020

- The algorithm for determining sensitivity coefficients of substances in the reacting system in relation to the reaction rate constants is presented. These coefficients are calculated analytically, which made it possible to conduct the sensitivity analysis very close to bifurcation points and lines of extinction of combustion and to describe the changes in the coefficients in these zones;

- The tool for calculating eigenvalues of the equations of chemical kinetics is proposed, accompanied with the examples of its application for predicting the number of integration steps when using explicit schemes, as well as for identifying modes of self-oscillations of kinetic nature for complex reaction mechanisms.

- The procedure for reducing reaction mechanisms is presented, including the combination of the engagement method with the adaptive threshold and the DRGEP method (the directed relation graph with error propagation). The tool generates a reduced mechanism in the course of calculating the combustion process and has been applied to the problem of reduction the ignition mechanism of the reacting system in a reactor, as well as to the problem of calculating chemically nonequilibrium flows in nozzles of rocket engines.

References:

1. Naoumov V. I., Krioukov V. G., Abdullin A. L., Demin A. V. "Chemical Kinetics in Combustion and Reactive Flows: Modeling Tools and Applications" Ed. «Cambridge University Press». Cambridge, 2019, 442 p.

**Программный пакет для реализации сильных численных методов порядков точности 0,5, 1,0, 1,5, 2,0, 2,5 и 3,0 для СДУ Ито с некоммутативным многомерным шумом**

<sup>1</sup>Кузнецов Д.Ф., <sup>2</sup>Кузнецов М.Д.

<sup>1</sup>СПбПУ, <sup>2</sup>СПбЭТУ, г. Санкт-Петербург, Россия

Работа посвящена разработке программного комплекса для численного интегрирования стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) Ито с многомерным и некоммутативным шумом сильными методами высоких порядков точности. Как известно, СДУ Ито являются адекватными математическими моделями динамических систем различной физической природы. В основу программного комплекса были положены новые теоретические результаты по численным методам для СДУ Ито, основанные на унифицированных разложениях Тейлора-Ито и Тейлора-Стратоновича, а также кратных рядов Фурье-Лежандра. Представлены численные методы порядков точности 0.5 (метод Эйлера), 1.0 (метод Мильштейна), 1.5, 2.0, 2.5 и 3.0. Программный комплекс был реализован на языке программирования Python. Разработка проводилась в текстовом редакторе Atom. В разработке программного комплекса были задействованы такие библиотеки, как SymPy, NumPy и Plotly. Все эти библиотеки и инструменты являются бесплатными и открытыми. Корневой пакет программы отвечает за запуск и вывод результатов. Пакет ввода программы зависит от Plotly, поскольку он принимает данные после моделирования и передает их в модель данных Plotly. Затем Plotly обрабатывает полученные данные и строит графики. Далее следует пакет моделирования, который отвечает за все операции, связанные с моделированием, включая инициализацию среды моделирования, циклы вычислений и многое другое. Также он использует модуль точности, решающий, какое количество элементов должно быть задействовано в процессе моделирования решения СДУ Ито в каждом численном методе. Модуль расчета точности принимает порядок сильной численной схемы и шаг интегрирования, а затем вычисляет необходимое количество членов в аппроксимациях повторных стохастических интегралов Ито и Стратоновича. Модуль символьной алгебры – это часть, которая сочетает в себе вычисление дополнительных дифференциальных операторов и выражений для численных схем. Объединяя эти компоненты, модуль символьной алгебры выполняет упрощение и компиляцию формул, для того чтобы пакет моделирования мог завершить работу по моделированию. База данных использовалась для хранения предварительно рассчитанных 270000 коэффициентов Фурье-Лежандра, потому что такой способ хранения обеспечил более быстрый доступ. В результате численное моделирование стало намного быстрее, чем при вычислении

коэффициентов на лету. Загрузка предварительно рассчитанных коэффициентов встроена в дополнительные подпрограммы для обеспечения работы конвейера расчета.

Литература:

1. Kuznetsov, M.D., Kuznetsov D.F. Implementation of strong numerical methods of orders 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, and 3.0 for Ito SDEs with non-commutative noise based on the unified Taylor-Ito and Taylor-Stratonovich expansions and multiple Fourier-Legendre series. arXiv:2009.14011 [math.PR], 2020, 188 pp. [In English].

2. Kuznetsov, M.D., Kuznetsov D.F. Optimization of the mean-square approximation procedures for iterated Ito stochastic integrals of multiplicities 1 to 5 from the unified Taylor-Ito expansion based on multiple Fourier-Legendre series arXiv:2010.13564 [math.PR], 2020, 50 pp. [In English].

**A software package for Implementation of strong numerical methods of convergence orders 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, and 3.0 for Ito SDEs with non-commutative multi-dimensional noise**

<sup>1</sup>Kuznetsov D.F., <sup>2</sup>Kuznetsov M.D.

<sup>1</sup>SPbPU, <sup>2</sup>SPbETU, Saint-Petersburg, Russia

The work is devoted to the development of a software package for the numerical integration of Ito stochastic differential equations (SDEs) with multidimensional and non-commutative noise by strong methods of high orders of accuracy. It is known that Ito SDEs are adequate mathematical models of dynamical systems of various physical nature. The software package is based on new theoretical results on strong numerical methods for the Ito SDEs. More precisely, we use the unified Taylor-Ito and Taylor-Stratonovich expansions, as well as multiple Fourier-Legendre series. Numerical methods of orders of accuracy 0.5 (Euler method), 1.0 (Milstein method), 1.5, 2.0, 2.5 and 3.0 are presented. The software package was implemented with the Python programming language. The development was performed in Atom text editor. In the development of software package such libraries as SymPy, NumPy and Plotly were involved. All these libraries and tools are free and open source. The program entry package is responsible for startup and results output. Program entry package depends on Plotly because it accepts data after modeling and passes it into the Plotly data model. Then Plotly converts the received data and prints charts. Moving further by modeling pipeline the modeling package comes up. This package is responsible for all work referenced to modeling including initialization of modeling environment, calculations loops and more. This module depends on the accuracy calculation module deciding which amount of members in each approximation of iterated Ito or Stratonovich stochastic integral should be used in the modeling process of Ito SDE solution. Accuracy calculation module accepts order of strong numerical scheme and integration step and then calculates necessary amount of members in approximations of iterated Ito and Stratonovich stochastic integrals. Symbolic algebra module is the constructing part, which combines many supplementary differential operators with strong numerical schemes. Having these components combined this module performs simplification so the modeling package can do its modeling work. The database was used to store the 270,000 of precalculated Fourier-Legendre coefficients, so getting them from there made numerical modeling much faster, than their calculation on the fly. The download of precalculated Fourier-Legendre coefficients is built in supplemental subprograms to provide a fluent calculation pipeline.

References:

1. Kuznetsov, M.D., Kuznetsov D.F. Implementation of strong numerical methods of orders 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, and 3.0 for Ito SDEs with non-commutative noise based on the unified Taylor-Ito and Taylor-Stratonovich expansions and multiple Fourier-Legendre series. arXiv:2009.14011 [math.PR], 2020, 188 pp. [In English].

2. Kuznetsov, M.D., Kuznetsov D.F. Optimization of the mean-square approximation procedures for iterated Ito stochastic integrals of multiplicities 1 to 5 from the unified Taylor-Ito expansion based on multiple Fourier-Legendre series arXiv:2010.13564 [math.PR], 2020, 50 pp. [In English].

**19-я Международная конференция  
«Авиация и космонавтика»  
Тезисы**

**19<sup>th</sup> International Conference  
“Aviation and Cosmonautics”  
(AviaSpace-2020)  
Abstracts**

Председатель Оргкомитета  
*Равикович Юрий Александрович*  
Учёный секретарь  
*Лунёва Надежда Сергеевна*

Organizing Committee Chairman  
*Yury Ravikovich*  
Scientific secretary  
*Nadezhda Luneva*



Подписано в печать 20.11.2020  
Формат 148x210 мм  
Бумага офсетная. Усл.-изд. л. 42,3  
Тираж 500 экз.